menyatakan langkah-langkah penyelesaian menggunakan konsep yang pernah dipelajari, dan tidak mampu memperbaiki jawaban[32]. Kemampuan matematika siswa dalam penelitian ini adalah kemampuan siswa menggunakan segala pengetahuan dan keterampilannya dalam menyelesaikan soal-soal matematika.

E. Logaritma

Logaritma merupakan kebalikan dari perpangkatan. Pada materi logaritma terdapat sub materi pertidaksamaan logaritma. Dalam penelitian ini akan dibahas tentang lapisan pemahaman dan *folding back* siswa dalam menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma.

Pada lapisan pemahaman *primitive knowing*, siswa dikatakan dapat mencapai lapisan pemahaman *primitive knowing* apabila sudah memiliki pemahaman sederhana tentang soal pertidaksamaan logaritma.Siswa sudah mengetahui apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal.

Lapisan pemahaman yang kedua yaitu *image making* (membuat gambaran) dapat dicapai siswa ketika siswa sudah mengetahui bahwa langkah-langkah dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma hampir sama dengan cara penyelesaian pada persamaan logaritma. Hanya saja lebih memperhatikan tanda ketidaksamaanya. Untuk mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma, siswa harus mencari daerah penyelesaian dari syarat pertidaksamaan dan syarat numerus terlebih dahulu.

Perlu diingat bahwa fungsi logaritma hanya berlaku pada bilangan positif, sehingga pada lapisan *image having* (mempunyai gambaran) siswa sudah dapat membuat gambaran abstrak langkah-langkah penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dengan memperhatikan syarat-syarat berikut:
Jika ${}^{a}\log f(x) > {}^{a}\log g(x)$, maka langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut:

(i) syaratnya: $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
(ii) kemudian selesaikan ${}^{a}\log f(x) > {}^{a}\log g(x)$ dengan $f(x) > g(x)$ jika $a > 1$ dan $f(x) < g(x)$ jika $0 < a < 1$

[32] Milda Retna, Lailatul Mubarokah, dan Suhartatik, "Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Ditinjau Berdasarkan Kemampuan Matematika", *Jurnal pendidikan Matematika STKIP PGRI Sidoarjo*, 1: 2, (September, 2013), 22.

Selanjutnya pada lapisan pemahaman *property noticing*, siswa memperhatikan konsep ataupun sifat yang berkaitan dengan logaritma agar dapat memanipulasi soal sehingga mudah untuk dicari himpunan penyelesaiannya.

Perhatikan persamaan berikut ini :

$$a^x = c \text{ dengan } a > 1 \text{ dan } a \neq 1$$

Apabila solusinya ada, maka solusinya adalah suatu bilangan real yang dinotasikan dengan ${}^a\log c$ (dibaca : logaritma dari c dengan bilangan pokok a) atau dituliskan $x = {}^a\log c$.

(Pertanyaan : Kapan solusinya ada?, sehingga bentuk ${}^a\log c$ akan bermakna manakala. . . .)

Secara umum didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 2: $a^b = c \Leftrightarrow b = a \log c$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$.

Sifat-sifat yang dapat diturunkan berdasarkan definisi diatas adalah:

a) $a^{a \log c} = c$
b) ${}^a\log a^b = b$
c) ${}^a\log a = 1$
d) ${}^a\log 1 = 0$
e) ${}^{a^m}log a^n = \frac{n}{m}$
f) ${}^a\log xy = {}^a\log x + {}^a\log y$
g) ${}^a\log b^n = n\ {}^a\log b$
h) ${}^a\log \frac{x}{y} = {}^a\log x - {}^a\log y$
i) ${}^a\log b = \frac{{}^p\log b}{{}^p\log a}$ dengan $p > 0$ dan $p \neq 1$

Contoh:

Jika ${}^2\log 3 = a$, nyatakan ${}^{27}\log 32$ dalam bentuk a. Berdasarkan sifat i), b), dan g) dapat ditulis

${}^{27}\log 32 = \frac{{}^2\log 32}{{}^2\log 27} = \frac{{}^2\log 2^5}{{}^2\log 3^3} = \frac{5}{{}^{3^2}\log 3} = \frac{5}{3a}$

Jadi, ${}^{27}\log 32 = \frac{5}{3a}$

Seringkali setelah menemukan sifat yang dapat diterapkan pada soal, kita harus menyelesaikan hasil dari sifat tersebut menggunakan sifat-sifat pada eksponen. Karena sifat eksponen dan logaritma berkaitan satu sama lain dalam penyelesaian soal yang berbentuk persamaan atau pertidaksamaan logaritma, maka pada lapisan *property noticing* siswa juga harus mengetahui sifat eksponen yang bagaimana yang dapat diterapkan untuk menyelesaikan soal. Sifat-sifat eksponen dapat dijelaskan oleh definisi berikut:

Definisi 1 : Misalkan *m* dan *n* adalah bilangan-bilangan asli dan *a* adalah bilangan riel positif yang tidak sama dengan 1.

(1) $a^m = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{m \text{ faktor}}$

(2) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

(3) $a^0 = 1, a^1 = a$

Berdasarkan definisi di atas dapat diturunkan beberapa sifat yang berkaitan dengan perpangkatan seperti berikut ini :

Sifat 1 : Untuk bilangan-bilangan asli *m* dan *n* berlaku

(1) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

(2) $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

(3) $(ab)^n = a^n b^n$

(4) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

Selanjutnya pada lapisan pemahaman *formalising*, siswa dapat memformalkan semua pengetahuan yang dimiliki untuk mencari kebenaran dari himpunan penyelesaian pertidaksamaan logaritma. Misalkan ketika siswa menemui bentuk soal pertidaksamaan logaritma ${}^2\log x^2 - 2 > 2$, Siswa dapat menghitung syarat pertidaksamaan logaritma dengan memperhatika sifat logaritma dan eksponen untuk mengubah fungsi $g(x) = 2$ menjadi bentuk logaritma. Siswa menyelesaikan soal pada lembar jawabannya menggunakan pengetahuan awal yang sudah dimiliki.

Pada lapisan *observing*, siswa mengamati atau mengecek kembali langkah penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma yang telah dikerjakan kemudian melakukan perbaikan apabila terdapat kesalahan pada penggunaan konsep atau sifat yang digunakan. Siswa dapat memperbaiki sendiri jawabannya dengan memperhatikan konsep-konsep yang berlaku dalam penyelesaian soal logaritma.

Lebih lanjut pada lapisan *structuring*, siswa menyusun langkah-langkah penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma dari awal hinggga akhir berdasarkan pengamatan dan proses pada level sebelumnya. Siswa dapat menyelesaikan tugas yang diberikan dengan terstruktur dan lengkap sehingga menghasilkan himpunan penyelesaian pertidaksamaan logaritma dengan tepat seperti contoh berikut:

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut:

1. $^{5}\log 3x + 5 < {}^{5}\log 35$
2. $^{2}\log (6x + 2) < {}^{2}\log (x + 27)$

Jawaban:

1. $^{5}\log 3x + 5 < {}^{5}\log 35$

   Syarat nilai bilangan pada logaritma $3x + 5 > 0$ atau $x > \frac{-5}{3}$ . . (1)

   $3x + 5 < 35$

   $3x < 30$

   $x < 10$ . . . .(2)

   Jadi,dari (1) dan (2) diperoleh penyelesaiannya yaitu $\frac{-5}{3} < x < 10$
2. $^{2}\log (6x + 2) < {}^{2}\log (x + 27)$

   Syarat nilai bilangan pada logaritma:

   $6x + 2 > 0$, maka $x > \frac{-1}{3}$ . . . . . (1)

   $x + 27 > 0$, maka $x > -27$ . . . (2)

   Perbandingan nilai pada logaritma

   $6x + 2 < x + 27$

   $6x - x < 27 - 2$

   $5x < 25$

   $x < 5$ . . . . (3)

   Jadi, dari (1), (2), dan (3) diperoleh penyelesaiannya $-1 < x < 5$

Ketika siswa dapat menyusun langkah penyelesaian soal pertidaksamaan logaritma, itu artinya siswa sudah dapat mencapai lapisan pemahaman *structuring*.

Pada lapisan pemahaman yang terakhir yaitu *inventising* (penemuan), siswa dapat membuat pertanyaan-pertanyaan baru yang berkaitan dengan soal yang diberikan. Siswa juga dapat menyelesaikan soal-soal lain dan menemukan konsep baru dalam penyelesaian soal berdasarkan pemahamannya saat mengerjakan soal sebelumnya. Misalnya ketika diberikan soal pertidaksamaan logaritma $^{2}\log (6x + 2) < {}^{2}\log (x + 27)$, siswa dapat membuat soal baru dengan mengganti bilangan pokok atau bentuk fungsi $f(x)$ atau $g(x)$ pada soal tersebut.

Seringkali siswa mengalami kendala dalam proses mencari himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma. Ketika mengalami permasalahan dalam menyelesaikan soal, siswa dapat mengingat kembali konsep-konsep pada materi logaritma agar dapat menyelesaikan soal. Kegiatan mengingat kembali konsep-konsep logaritma pada materi sebelumnya itu disebut *folding back* bekerja pada lapisan yang lebih dalam.

Terkadang setelah menemukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma, siswa mengecek kembali jawabannya dari awal hingga akhir untuk memastikan apakah jawabannya sudah benar atau masih terdapat kesalahan. Kegiatan mengecek kembali dengan cara membaca jawabannya dari awal hingga akhir merupakan bentuk *folding back* mengumpulkan lapisan yang lebih dalam.

Ketika mengalami permasalahan dalam menyelesaikan pertidaksamaan logaritma, ada juga siswa yang memutuskan untuk menyelesaikan soal dari awal lagi kemudian menggunakan topik lain untuk menyelesaikan soal pertidaksamaan logaritma tersebut, misalnya topik aljabar. Siswa menyelesaikan soal dengan melakukan perluasan topik secara efektif tetapi terpisah dengan topik utama yaitu pertidaksamaan logaritma. Proses ini disebut *folding back* keluar dari topik. Sedangkan *folding back* bentuk menyebabkan diskontinu dapat dialami siswa ketika mengalami permasalahan dalam penyelesaian soal logaritma, kemudian menyelesaikan soal dengan perluasan topik lain yang tidak sesuai dengan langkah penyelesaian sebenarnya.